Velocidade Escalar Instantânea

Quando consideramos um intervalo de tempo Δt infinitamente pequeno, ou seja, quando o intervalo de tempo tende a zero ($\Delta t \rightarrow 0$), a velocidade escalar média passa a se chamar **velocidade escalar instantânea** (**v**). Nesse caso, a velocidade depende do instante de tempo considerado.

Um exemplo de velocidade instantânea é o velocímetro de um carro, que indica a velocidade no momento em que a leitura é feita.

Tipos de Movimento

Dependendo do sinal da velocidade, podemos classificar os movimentos em **progressivos** e **retrógrados**. Devido ao intervalo de tempo ser sempre um valor positivo, essa classificação depende apenas do sentido do deslocamento.

Movimentos Progressivos:

O deslocamento acontece no mesmo sentido da orientação da trajetória. Por exemplo, se considerarmos a trajetória sendo uma reta graduada, o movimento acontece no sentido crescente dela.



Movimentos Retrógrados:

O deslocamento acontece no sentido oposto da orientação da trajetória. Dado o mesmo exemplo anterior, o movimento aconteceria no sentido decrescente da graduação da reta.



Movimento Uniforme

Quando um móvel se desloca com uma velocidade escalar constante, diz-se que esse móvel está em um **movimento uniforme** (MU). Isso implica que ele percorre distâncias iguais em intervalos de tempo iguais.

Um caso particular de MU é quando a trajetória é retilínea, pois nele a velocidade é constante mesmo se abordada vetorialmente. Nessa situação, utilizamos uma nomenclatura particular: **movimento retilíneo uniforme** (MRU).

Uma observação importante é que, ao se deslocar com velocidade constante em uma trajetória, a velocidade instantânea do corpo será igual à velocidade média, pois o movimento será uniforme em todo o percurso.

Assim, podemos escrever um função que calcula a posição final de um móvel em função de um intervalo de tempo, chamada de **equação horária da posição**:

Da definição de velocidade média:

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} \equiv v$$

Podemos isolar o deslocamento:

$$\Delta s = v \cdot \Delta t$$

Mas:

$$\Delta s = s - s_0$$

Isolando a posição final:

$$s = s_0 + v \cdot \Delta t$$

Que também pode ser escrito, sem alteração do significado dos termos:

$$s = s_0 + v \cdot t$$

Exemplo:

Um automóvel descreve um movimento retilíneo uniforme com velocidade 12 m/s. Após 10 s, qual a distância percorrida por ele?

Como não nos interessa as posições inicial e final do automóvel, mas apenas a distância percorrida, utilizamos a equação:

$$\Delta s = v \cdot \Delta t$$

Sendo que a velocidade e o tempo são dados no problema:

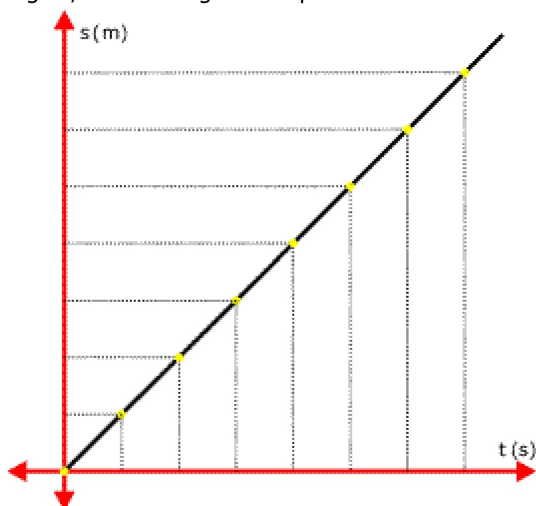
$$\Delta s = 12\frac{m}{s} \cdot 10\,s = 120\,m$$

Ou seja, o automével percorre 120 metros em 10 segundos.

Observação: é importante não confundir o **s** que simboliza a **posição final** do **s** que significa **segundo**.

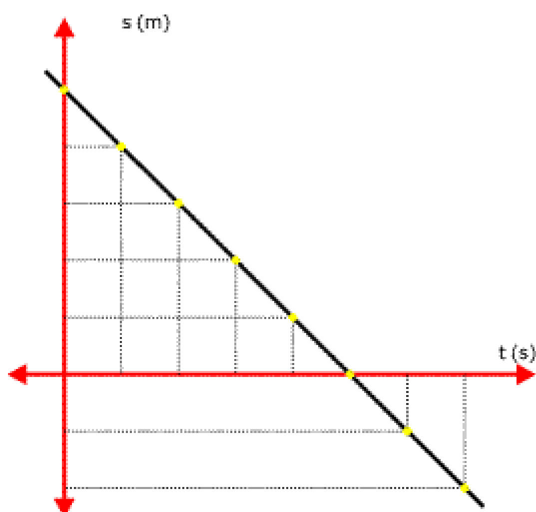
Diagrama s x t

Há diversas maneiras de se representar o deslocamento em função do tempo. Uma delas é por meio de gráficos, chamados diagramas **deslocamento *versus* tempo (s *x* t)**. No exemplo a seguir, temos diagramas que mostram um movimento progressivo e um retrógrado:



Analisando o gráfico, é possível extrair dados que deverão ajudar na resolução dos problemas:

s (m)	t (s)
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7



s (m)	t (s)
5	0
4	1
3	2
2	3
1	4
0	5
-1	6
-2	7

Considerando os gráficos com escalas iguais nos dois eixos.

Do primeiro gráfico sabemos, por exemplo, que a posição inicial do movimento será $s_0 = 0\,m$ quando o tempo for igual a zero. Também sabemos que a posição final $s = 7\,m$ ocorrerá quando $t = 7\,s$. A partir daí, fica fácil utilizar a equação horária do espaço e encontrar a velocidade do corpo:

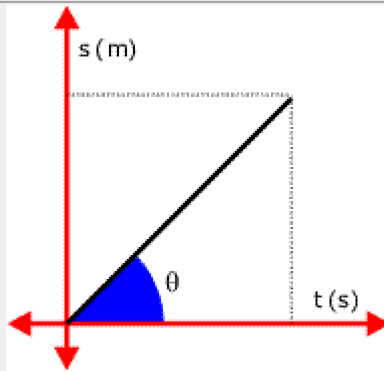
$$s = s_0 + v \cdot t$$

$$7 = 0 + v \cdot 7$$

$$v = 1\,m/s$$

Saiba mais

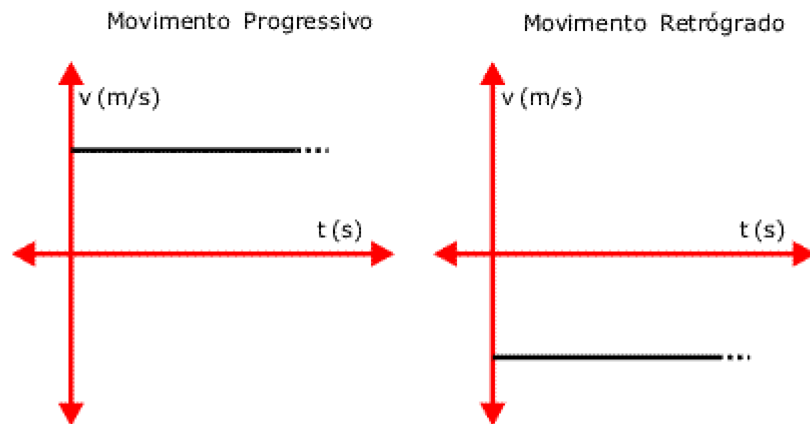
A velocidade será numericamente igual à tangente do ângulo formado em relação à reta em que está situada, desde que a trajetória seja retilínea uniforme.



$$\tan\theta = \frac{\Delta s}{\Delta t} \equiv v$$

Diagrama v x t

Em um movimento uniforme, a velocidade se mantém constante no decorrer do tempo. Portanto, seu gráfico é expresso por uma reta:



Dado o diagrama, uma forma de determinar o deslocamento do móvel é calcular a área sob a reta compreendida no intervalo de tempo considerado.

Velocidade Escalar Relativa

A **Velocidade Escalar Relativa** é a velocidade de um móvel em relação a outro que também se encontra em movimento.

Imagine dois carros em uma rodovia, um deles anda com velocidade de 80 km/h e o outro a 100 km/h. Esses valores são dados em relação a um referencial fixo, como a rodovia, por exemplo. Mas e se você estiver observando o movimento em um dos carros?



É exatamente isso que a velocidade escalar relativa descreve.

Para calcular a velocidade relativa entre dois móveis, temos que considerar duas possibilidades:

- **Os dois se deslocam na mesma direção**

A velocidade relativa será igual à diferença entre a velocidade do móvel considerado em movimento e a do móvel considerado como referencial.

$$v_{rel} = v_m - v_{ref}$$

No exemplo:

Se tomarmos o carro que se move a 80 km/h como referencial:

$$v_{rel} = 100 - 80 = 20\ km/h$$

Tomando o carro que se move a 100 km/h como referencial:

$$v_{rel} = 80 - 100 = -20\,km/h$$

- **Os dois se deslocam em direções opostas**

A velocidade relativa será igual à soma das velocidades dos móveis, e o sentido será oposto ao da velocidade do referencial.

$$v_{rel} = v_m + v_{ref}$$

No exemplo:

$$v_{rel} = 80 + 100 = 100 + 80 = 180\,km/h$$

Aceleração Escalar

Normalmente dizemos que acelerar é o ato de aumentar a velocidade de algo ou de alguma ação. No entanto, o sentido físico de aceleração é um pouco diferente.

Dizemos que existe **aceleração** quando um móvel tem sua velocidade alterada, ou seja, quando aumenta ou diminui sua intensidade, direção ou sentido. Podemos dizer ainda que a **aceleração escalar** é a variação na intensidade da velocidade durante um intervalo de tempo.

A unidade adotada pelo SI para aceleração é o **metro por segundo ao quadrado (m/s^2)**.

Outras unidades menos utilizadas são **cm/s^2** (centímetro por segundo ao quadrado), **km/s^2** (quilômetro por segundo ao quadrado) e **km/h^2** (quilômetro por hora ao quadrado).

Aceleração Escalar Média

De forma análoga à velocidade, podemos definir uma aceleração média que leva em conta a variação de velocidade em um intervalo de tempo considerado, ou seja:

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Onde:

a_m = aceleração média;

Δv = variação de velocidade no intervalo de tempo considerado;

Δt = intervalo de tempo. Muitos autores utilizam simplesmente a letra **t**.

Exemplo:

Um corredor, partindo do repouso, atinge uma velocidade igual a 12 m/s em 10 s. Qual a sua aceleração escalar média?



$$a_m = \frac{v - v_0}{t} = \frac{12\ m/s}{10\ s} = 1,2\ m/s^2$$

Movimento Acelerado e Retardado

Podemos classificar um movimento confome sua aceleração. Quando o valor é nulo, o movimento é uniforme, como já foi visto.

Considerando um movimento progressivo:

- Quando a aceleração é positva, o movimento é chamado de **acelerado**.
- Quando a aceleração é negativa, o movimento é chamado de **retardado**.

Para um movimento retrógrado vale o inverso, ou seja, o movimento é acelerado quando a aceleração é negativa e retardado quando positiva.

Aceleração Escalar Instantânea

É a aceleração considerada em cada instante de tempo. Normalmente são estudados os movimentos com aceleração constante, o que implica que a velocidade escalar instantânea seja igual à velocidade escalar média em todo o trajeto.

Movimento Uniformemente Variado

Até o momento, estudamos apenas movimentos em que não há variação de velocidade, ou seja, nos quais a aceleração é nula. A partir de agora voltaremos nossa atenção para os movimentos em que **existe aceleração**, mais precisamente para aqueles em que ela tem **valor constante e diferente de zero**. Quando essa condição é verificada, dizemos que o movimento é **uniformemente variado**.

Como consequência do movimento ser uniformemente variado, verifica-se que a aceleração instantânea é igual à aceleração média em qualquer instante de tempo.

$$a = a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Assim, podemos escrever uma equação para o cálculo da velocidade instantânea em função do tempo: a **equação horária da velocidade**. Considerando o tempo inicial sendo zero, ou simplesmente usando a letra **t** para descrevê-lo, tem-se:

$$\Delta v = a \cdot t$$
$$v - v_0 = a \cdot t$$
$$v = v_0 + a \cdot t$$

Exemplo:

Em um torneio de ciclismo, um dos competidores parte do repouso com aceleração igual a 2 m/s². Considerando que essa aceleração seja mantida constante, qual será a velocidade dele após 10 s?

Dizer que um móvel parte do repouso indica que sua velocidade inicial é nula. Assim, podemos utilizar a equação horária da velocidade, já que todas as suas variáveis são conhecidas. Portanto:

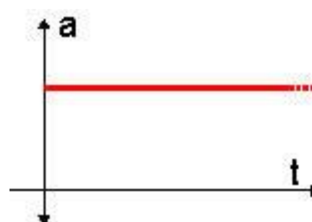
$$v = v_0 + a \cdot t$$
$$v = 0 + \left(2\frac{m}{s^2}\right) \cdot (10\,s)$$
$$v = 20\frac{m}{s}$$

A velocidade do ciclista após 10 s será 20 m/s.

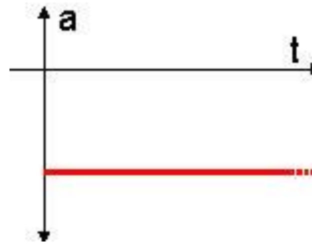
Diagrama a × t

Como a aceleração é constante e diferente de zero, no MUV o gráfico a × t é representado por uma reta paralela ao eixo que representa o tempo, podendo ter valor positivo ou negativo:

Aceleração Positiva



Aceleração Negativa



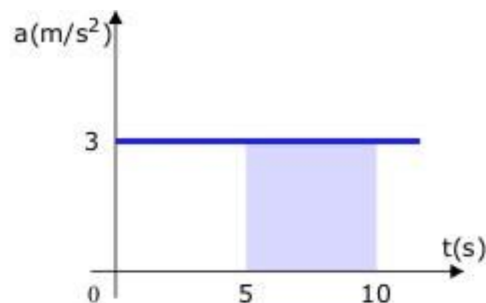
Nessa representação, observe que a variação da velocidade é numericamente igual à área compreendida pela curva da aceleração, ou seja:

$$\Delta v \equiv A_{gráfico} = a \cdot t$$

A partir dessa igualdade também é possível chegar à equação horária da velocidade no movimento uniformemente variado.

Exemplo:

A aceleração de um móvel é descrita pelo gráfico abaixo. Qual a variação da velocidade entre os instantes t = 5 s e t = 10 s?



A variação da velocidade será igual à área sob a curva no intervalo de tempo que se pede:

$$\Delta v = \text{Área} = a \cdot (t - t_0)$$

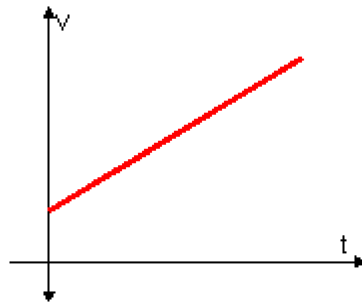
*Sendo **a** igual a 3 m/s² e o intervalo de tempo igual a 5 s:*

$$\Delta v = 3 \frac{m}{s^2} \cdot (10 - 5)\, s = 15 \frac{m}{s}$$

Observe que não é possível calcular a velocidade instantânea nesse exemplo, pois não se conhece nenhum valor de velocidade relacionado a um instante de tempo.

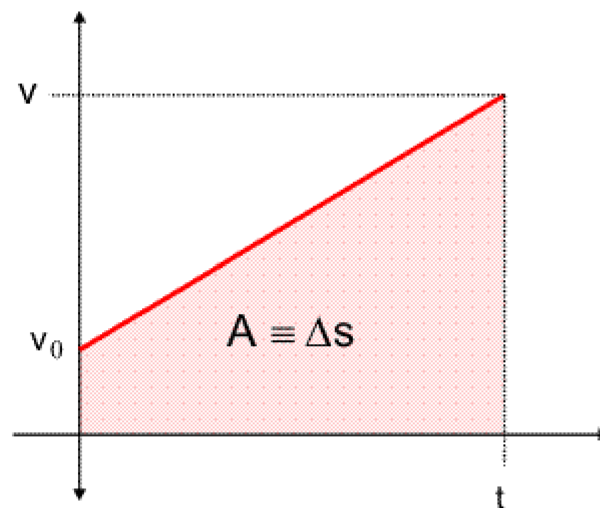
Diagrama v × t

No MUV a velocidade varia linearmente em função do tempo; por isso, é representada por uma reta com inclinação constante.



Nesse gráfico a aceleração é numericamente igual à tangente da reta e o deslocamento do móvel é igual à área compreendida entre a reta e o eixo do tempo.

Usando a segunda propriedade, podemos escrever a **função horária da posição** no movimento uniformemente variado:



Se pensarmos na figura geométrica formada sob a reta teremos um trapézio, cuja área é calculada por:

$$A \equiv \Delta s = \frac{v + v_0}{2} \cdot t$$

Mas podemos utilizar a função horária da velocidade final nessa equação:

$$v = v_0 + a \cdot t$$

Substituindo **v** na primeira equação:

$$\Delta s = \frac{v_0 + a \cdot t + v_0}{2} \cdot t$$

Que pode ser reescrita como:

$$\Delta s = \frac{2 \cdot v_0 \cdot t}{2} + \frac{a \cdot t \cdot t}{2}$$

$$\Delta s = v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2}$$

Ou de forma equivalente:

$$s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2}$$

Exemplo:

Um motociclista inicia seu deslocamento, partindo do repouso, com aceleração constante igual a 1,5 m/s². Considerando que a sua posição inicial é a origem do movimento, qual a sua posição após 10 s?

Como o movimento parte do repouso, temos:

$$v_0 = 0$$

Considerando a posição inicial como origem do movimento:

$$s_0 = 0$$

Dada a aceleração constante do motociclista:

$$a = 1{,}5\,m/s^2$$

Assim, podemos escrever a função horária da posição:

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$
$$s = 0{,}75 \cdot t^2$$

Aplicando o instante pedido no problema:

$s = 75\,m$ quando $t = 10\,s$

Saiba mais

Para realizar o cálculo de velocidade instantânea, ou seja, quando o intervalo de tempo for muito próximo a zero, utiliza-se um cálculo de derivada:
Derivando a equação do deslocamento no movimento uniformemente acelerado em função do tempo:

$$\frac{d}{dt}\left[s_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2\right] = v_0 + a \cdot t$$

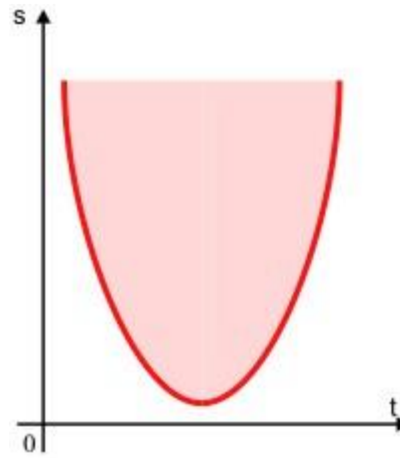
Para um maior estudo sobre cálculo de derivadas, acesse:
http://www.somatematica.com.br/superior.php

Diagrama s × t

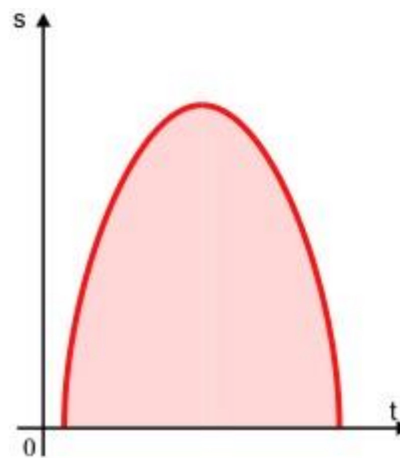
A equação horária da posição é uma função do segundo grau; portanto, seu gráfico é uma parábola cuja concavidade depende do sinal da aceleração.

O vértice da parábola indica a posição em que a velocidade é nula.

Aceleração Positiva

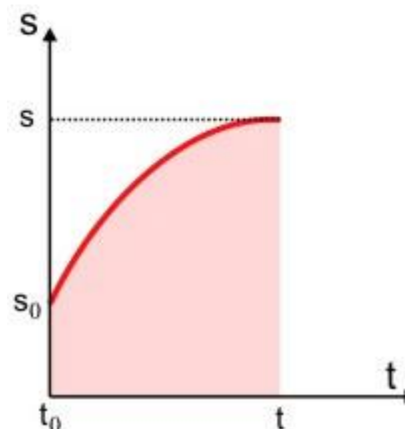


Aceleração Negativa



Já a inclinação da curva depende do sinal da velocidade. Assim, a velocidade é positiva quando o gráfico é crescente e negativa quando decrescente. No exemplo seguinte dividimos os dois casos, ambos em um movimento com aceleração negativa:

Velocidade Positiva



Velocidade Negativa

